

Designing elevated slabs made with Fibre Reinforced Concrete

Progettazione di piastre su pilastri realizzate in calcestruzzo fibrorinforzato

L. Facconi¹, F. Minelli¹, G. Plizzari¹

¹ *Department of Civil Engineering, Architecture, Land, Environment and Mathematics (DICATAM), University of Brescia, Brescia, Italy*

ABSTRACT: Continuous elevated slabs are generally adopted to build concrete floors in both residential and industrial buildings. In case of flat slabs, Fiber Reinforce Concrete (FRC) represents an effective solution alternative to conventional Reinforce Concrete (RC) because of its better tensile toughness, durability, enhanced control of cracking and reduced labor and equipment costs during construction. To further optimize the behavior of the structure, a proper combination of fiber reinforcement and conventional rebars, generally known as Hybrid Reinforced Concrete (HRC), can be employed. Even if new international standards are nowadays available for designing FRC structures (e.g., *fib Model Code 2010*), a clear procedure to design HRC elevated flat slabs is not available at the moment. This paper aims at proposing a procedure to design the Hybrid Reinforcement for elevated slabs according to *fib Model Code 2010*. A case study concerning a full scale elevated slab, having a size of 18x18 m², will be considered. Emphasis will be given to the method for preliminary seizing conventional reinforcement by starting from simple linear elastic analyses in which design loads are considered according to Eurocode 1. Finally, the global capacity of the HRC slab will be assessed by means of nonlinear finite element analyses. / Le piastre sottili appoggiate su pilastri sono generalmente utilizzate per la costruzione di impalcati in edifici residenziali ed industriali. Nel caso delle piastre sottili, i calcestruzzi fibrorinforzati (FRC) hanno dimostrato di essere una valida alternativa all'impiego del calcestruzzo armato (CA) a causa della sua miglior tenacità a trazione, della miglior durabilità e dei minor costi per la messa in opera dell'armatura. L'ottimizzazione del comportamento della piastra può essere ottenuto combinando il rinforzo fibroso con l'armatura convenzionale, ottenendo così un'armatura nota con il nome di Hybrid Reinforced Concrete (HRC). Nonostante le normative concernenti le strutture in FRC siano continuamente in evoluzione (si veda il *fib Model Code 2010 – MC2010*), una procedura standard per la progettazione delle strutture in HRC non è attualmente disponibile. Il presente lavoro ha l'obiettivo di proporre una procedura, concorde con il MC2010, per la progettazione delle piastre appoggiate su pilastri realizzate in FRC. Lo studio verrà svolto utilizzando come riferimento una piastra in scala reale, avente dimensione in pianta pari a 18x18 m². Particolare attenzione verrà prestata alla fase preliminare di pre-dimensionamento della struttura, nella quale verranno considerate le azioni di progetto previste dall'Eurocodice 1 e le azioni interne alla piastra valutate mediante un'analisi elastica lineare. Infine, il comportamento globale della struttura in HRC verrà analizzato attraverso analisi non-lineari agli elementi finiti.

KEYWORDS: Fibre Reinforced Concrete; design elevated slabs; Hybrid Reinforcement, *fib Model Code 2010* / calcestruzzo fibrorinforzato; progettazione di piastre su pilastri; armatura ibrida; *fib Model Code 2010*

1 INTRODUZIONE

Una delle possibili tecniche per migliorare la resistenza e la tenacità a trazione del calcestruzzo, consiste nell'impiego di fibre, metalliche o sintetiche, uniformemente disperse nella matrice cementizia. Il materiale composito che si ottiene da tale miscelazione è comunemente definito Calcestruzzo Fibrorinforzato (FRC – Fibre Reinforced Concrete). Nonostante l'iniziale diffidenza nell'impiego di tale materiale nella realizzazione di elementi strutturali e strutture in genere, il suo utilizzo nel settore delle costruzioni ha subito nell'ultimo decennio un importante incremento, favorito anche dalla crescente attenzione ad esso riservata da numerose normative nazionali ed internazionali (*fib Model Code 2010 vol.1 & 2*; DAfStb, 2012). In particolare, le nuove Norme Tecniche per le Costruzioni 2016

(NTC2016) italiane introdurranno per la prima volta la possibilità d'impiego degli FRC come materiali adatti alle applicazioni strutturali.

Numerose ricerche, condotte sia in campo nazionale che internazionale (Tiberti et al., 2014; Chiaia, 2009; Sorelli et al., 2006) hanno dimostrato che le fibre d'acciaio possono essere impiegate per sostituire parzialmente o totalmente l'armatura tradizionalmente utilizzata nel calcestruzzo. La sostituzione totale dell'armatura può avvenire nelle strutture caratterizzate da un elevato grado di iperstaticità interna come le piastre (es. le pavimentazioni industriali) oppure qualora le fibre svolgano la funzione d'armatura minima. In tutti gli altri casi, l'ottimizzazione delle prestazioni strutturali può essere ottenuta combinando in modo opportuno le fibre con l'armatura disposta nelle zone della struttura soggette alle sollecitazioni maggiori. Il calcestruzzo

che si ottiene combinando le fibre con l'armatura tradizionale viene definito Hybrid Reinforced Concrete (HRC) (Faconi et al., 2016; Mobasher et al., 2015).

L'utilizzo dell'HRC può consentire di ridurre sensibilmente i quantitativi d'armatura tradizionale rispetto alle soluzioni strutturali classiche che si basano sull'impiego del calcestruzzo armato. Ciò si traduce in importanti vantaggi sia dal punto di vista strutturale che realizzativo. Infatti, il limitato numero d'armature da disporre consente ridurre i costi e i tempi di posa in opera. Inoltre, la presenza delle fibre d'acciaio unita all'esiguo numero d'armature consente di rispettare con maggior facilità le prescrizioni relative ai copriferri minimi e di migliorare, conseguentemente, le caratteristiche di durabilità della struttura.

Nonostante l'utilizzo dell'HRC per la realizzazione di piastre sostenute da pali o pilastri sia ad oggi poco diffuso, molte esperienze (Destrée, 2000; Barros et al., 2012), condotte in tal campo sia a livello sperimentale che applicativo hanno dimostrato i vantaggi offerti dall'impiego di tale tecnologia. Una delle possibili cause legate al limitato impiego dell'HRC in tali strutture è da ricercarsi nella mancanza di procedure semplici e facilmente applicabili che ne consentano la progettazione nel rispetto delle prescrizioni previste dalle normative vigenti.

Il presente lavoro ha come obiettivo quello di studiare numericamente il comportamento delle piastre su pilastri allo scopo di verificarne il comportamento strutturale al variare della tenacità dell'FRC impiegato e delle armature convenzionali ad esso combinate. In aggiunta a ciò, verrà proposta una procedura, conforme alle prescrizioni del *fib* Model Code 2010 (MC2010), per progettare le piastre su pilastri utilizzando l'HRC.

2 IMPIEGO DELL'HRC NELLE PIASTRE APOGGIATE SU PILASTRI

Come sottolineato nell'introduzione del presente articolo, l'impiego delle fibre d'acciaio nella realizzazione delle piastre sottili può consentire di limitare sensibilmente l'impiego di armature tradizionali. La totale eliminazione dell'armatura può avvenire solo qualora vengano utilizzati calcestruzzi rinforzati con quantitativi di fibre molto elevati (dosaggio fibre $> 70 \text{ kg/m}^3$) rispetto ai dosaggi generalmente utilizzati nelle applicazioni strutturali più comuni (pavimentazioni industriali, elementi prefabbricati). In alternativa all'utilizzo di sole fibre, è possibile combinare in modo opportuno l'armatura tradizionale con dosaggi di fibre relativamente elevati ($40 \text{ kg/m}^3 < \text{dosaggio} < 70 \text{ kg/m}^3$), ottenendo così una soluzione ibrida (HRC) ottimale. Allo scopo di studiare la combinazione ottimale di fibre ed armatura tradizionale adatta per le piastre su pilastri, il presente lavoro

si è focalizzato sull'analisi di una piastra in scala reale realizzata con calcestruzzo fibrorinforzato. Come mostrato in Figure 1, la piastra ha dimensioni in pianta di $18 \times 18 \text{ m}^2$, uno spessore (h) di 200 mm ed sostenuta da 16 pilastri circolari aventi un diametro di 300 mm. Questi ultimi sono disposti ad una distanza reciproca (L) di 6 m che conferisce alla struttura una notevole snellezza, confermata dal rapporto $L/h=30$.

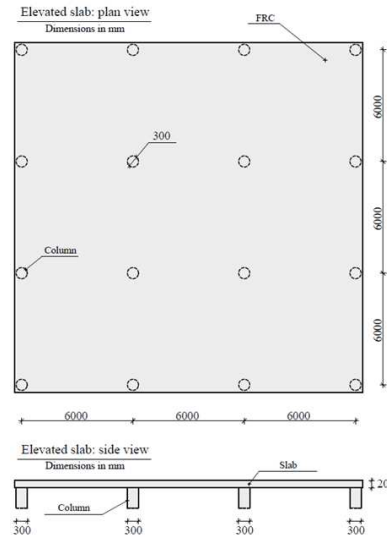


Figure 1. Geometry of the elevated slab considered in this work. / Geometria della piastra considerata.

La disposizione delle armature adottata per la piastra in HRC è schematizzata in Figure 2. L'armatura disposta nella parte inferiore della piastra è costituita da una serie di barre continue posizionate sia lungo le diagonali che lungo le linee longitudinali congiungenti i pilastri; l'area totale di tali armature è stata denominata $A_{s,bl}$ e $A_{s,bd}$ rispettivamente per le barre longitudinali e per quelle diagonali. Per quanto riguarda l'armatura superiore, essa è costituita da barre aventi una lunghezza totale pari a $0.5L$, disposte in corrispondenza dei pilastri secondo lo schema di Figure 2b. L'area totale delle barre d'armatura superiori, qui denominata $A_{s,t}$, è stata assunta pari a 1,25 volte l'area totale ($A_{s,bl} + A_{s,bd}$) disposta all'intradosso della piastra. Si noti inoltre che le armature superiori sono disposte parallelamente alle linee congiungenti i pilastri e, inoltre, sono collocate in posizione centrata rispetto all'asse del pilastro.

3 MODELLO NUMERICO

Il comportamento strutturale della piastra in HRC descritta nel paragrafo precedente è stato studiato mediante simulazioni numeriche non-lineari svolte mediante il programma agli elementi finiti Diana 9.6. Le simulazioni numeriche hanno permesso di effettuare uno studio parametrico nel quale sono state considerate diverse combinazioni d'armatura lon-

gitudinale e diagonale in modo da verificare la loro influenza su alcuni parametri rappresentativi del comportamento strutturale della piastra, quali la resistenza massima e la duttilità.

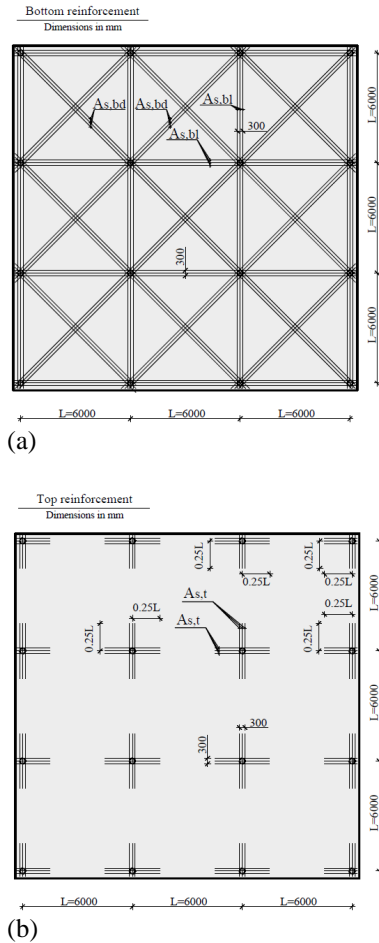


Figure 2. Layout of the conventional reinforcement proposed for HRC elevated slabs: bottom (a) and top (b) view. / Disposizione delle armature tradizionali nella piastra realizzata con HRC: armatura inferiore (a) e superiore (b).

Table 1. Mechanical properties of FRC in tension. / Caratteristiche meccaniche a trazione dell’FRC.

	FRC class		
	2a	3b	4c
f_{ctk} [MPa]	2,0	2,0	2,0
$f_{R1,k}$ [MPa]	2,0	3,0	4,0
$f_{R3,k}$ [MPa]	1,2	2,4	4,0
$f_{R3,k} / f_{R1,k}$ [-]	0,6	0,8	1,0

Le simulazioni numeriche sono state effettuate utilizzando un modello agli elementi finiti tridimensionale (Fig. 3a), costituito da 12200 elementi isoparametrici a 20 nodi di tipo “brick” con funzioni di forma di tipo quadratico. Lo spessore della piastra è stato discretizzato mediante quattro elementi finiti. Come evidenziato in Figure 3a, la mesh presenta un maggior infittimento nelle zone poste in corrispondenza dei pilastri e lungo le linee longitudinali congiungenti gli stessi. Allo scopo di ridurre i tempi computazionali, si è scelto di modellare una porzione pari ad un quarto dell’intera struttura; tale scelta si è resa possibile in virtù della simmetria geometri-

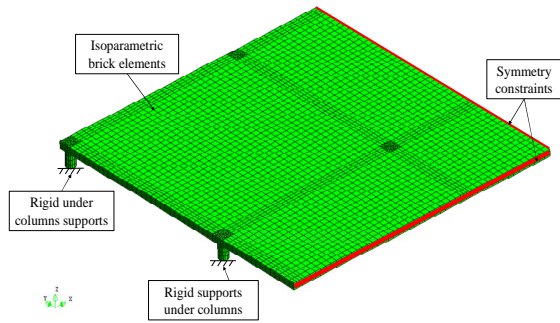
ca e dei carichi ad essa applicati. I pilastri sono stati modellati con elementi “brick” aventi le medesime caratteristiche di quelli adottati per la modellazione della piastra. Ogni pilastro è stato rigidamente connesso alla piastra soprastante a vincolato alla base mediante vincoli di appoggio semplice.

Le simulazioni non-lineari svolte sono fondate sull’utilizzo di un modello costitutivo a fessura diffusa (“Smearred crack approach”) denominato “Total strain rotating crack model”, implementato nel programma Diana 9.6.

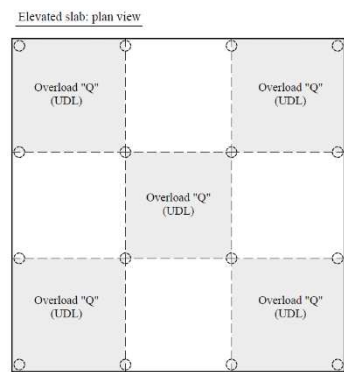
Il comportamento a compressione dell’FRC è stato simulato attraverso la relazione sforzo deformazione suggerita dal MC2010 (par. 5.1.8) e schematizzata in Figure 4. Il calcestruzzo considerato è caratterizzato da un modulo elastico di 32800 MPa e da un coefficiente di Poisson pari a 0,15, mentre la resistenza a compressione cilindrica caratteristica (f_{ck}) è stata assunta pari a 30 MPa. Per quanto riguarda invece il comportamento a trazione dell’FRC, tre diverse energie di frattura corrispondenti a tre distinte classi (2a, 3b e 4c), definite in accordo con il MC2010, sono state considerate per definire il legame costitutivo a trazione del materiale. Gli sforzi residui caratteristici ($f_{R1,k}$, $f_{R3,k}$) e la resistenza a trazione caratteristica del materiale (f_{ctk}) sono riassunti in Table 1. Il comportamento a trazione dell’FRC è stato rappresentato mediante il legame costitutivo sforzo-apertura di fessura lineare previsto dal MC2010 (par. 5.6.5). Il primo ramo di tale legame costitutivo è assunto elastico lineare fino al raggiungimento della resistenza a trazione del materiale; la pendenza del ramo elastico è considerata pari al modulo elastico a compressione del calcestruzzo. Il comportamento dell’FRC in fase post-fessurativa è rappresentato attraverso i legami costitutivi sforzo-apertura di fessura riportati in Figure 5. Il modello a fessura diffusa impiegato nelle simulazioni è formulato in termini di sforzi e deformazioni principali e, di conseguenza, richiede l’implementazione di legami costitutivi sforzo-deformazione sia a trazione che a compressione. In considerazione di ciò, i legami costitutivi (Fig. 5) sono stati riformulati trasformando i valori dell’apertura di fessura (w) in deformazioni (ϵ_t) attraverso la lunghezza caratteristica L_{ch} ($\epsilon_t = w/L_{ch}$). Tale trasformazione si basa sull’ipotesi che le fessure possano essere uniformemente diffuse entro un’area del continuo avente una larghezza pari a L_{ch} . Dal punto di vista numerico, la lunghezza caratteristica può essere assunta pari alla dimensione media degli elementi finiti; nel caso in oggetto tale dimensione (h_{el}) è stata calcolata come $h_{el}=(V_{el})^{1/3}$, dove V_{el} corrisponde al volume medio degli elementi brick.

Il legame costitutivo uni-assiale relativo all’armatura convenzionale è riportato in Figure 6. Il legame costitutivo elasto-plastico con incrudimento considerato è caratterizzato da un modulo elastico di 210000 MPa, da una tensione di snervamento carat-

teristica (f_{yk}) di 519 MPa e da una tensione ultima caratteristica (f_{uk}) pari a 620 MPa. Concordemente a quanto indicato dall'Eurocodice 2 (EN 1992-1-1), il materiale può essere classificato come B500C.



(a)



(b)

Figure 3. Finite element model (a) and loading condition (b) of the elevated slab. / Modello agli elementi finiti (a) e disposizione dei carichi applicati alla piastra (b).

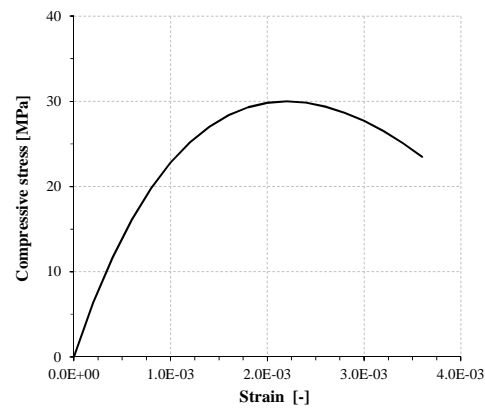


Figure 4. Characteristic compressive stress-strain constitutive law of FRC. / Legame costitutivo sforzo-deformazione a compressione dell'FRC.

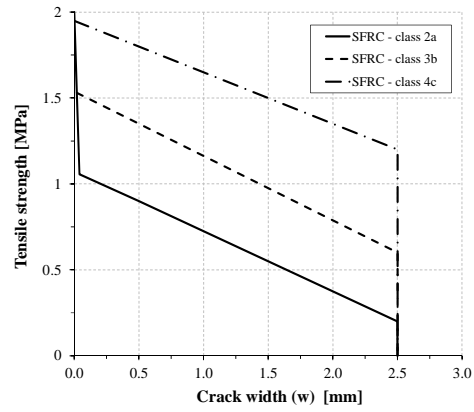


Figure 5. Characteristic tensile stress-crack width law of FRC. / Legame costitutivo sforzo-apertura di fessura a trazione dell'FRC.

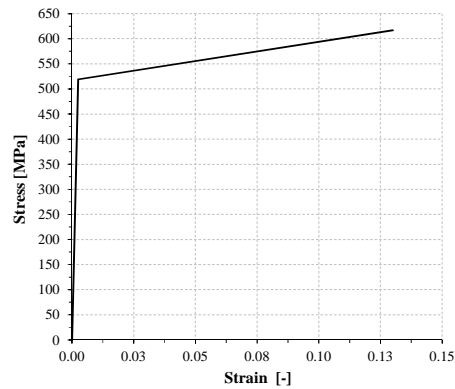


Figure 6. Characteristic tensile stress-strain law of conventional steel reinforcement. / Legame costitutivo sforzo-deformazione a trazione dell'acciaio per armature.

Le simulazioni sono state svolte applicando dapprima il peso proprio della piastra, calcolato assumendo un peso specifico del calcestruzzo pari a 2400kg/m^3 e, successivamente, incrementando il sovraccarico in modo monotono fino al raggiungimento del collasso della struttura. Il sovraccarico (Q) è costituito da un carico verticale uniformemente distribuito applicato sulla superficie della piastra secondo lo schema riportato in Figure 3b. Per poter rilevare il comportamento della struttura anche in fase post-picco, si è adottata la tecnica dell'arc-length che, come noto, permette di effettuare la simulazione attraverso un controllo indiretto degli spostamenti.

4 STUDIO PARAMETRICO

Lo studio parametrico descritto nel presente capitolo ha come obiettivo quello di verificare l'influenza dell'armatura convenzionale sul comportamento della piastra in HRC. Nello studio svolto si sono considerate quattro diverse combinazioni d'armatura (Tab. 2) per ognuna delle tre tipologie di FRC adottate.

Table 2. Summary of the rebar areas considered in the numerical analyses. / Area delle armature tradizionali considerate nelle analisi numeriche.

Analysis	$A_{s,bl}$ [mm ²]	$A_{s,bd}$ [mm ²]	$A_{s,bl}/A_{s,b}$ [-]	$A_{s,bd}/A_{s,b}$ [-]
1	1900	0	1,0	0,0
2	1500	400	0,8	0,2
3	1100	700	0,6	0,4
3	800	1100	0,4	0,6

Come indicato in Table 2, le combinazioni considerate coinvolgono esclusivamente l'armatura disposta nella parte inferiore della piastra mentre, per quanto riguarda l'armatura superiore, si è assunta un'area $A_{s,t} = 2380 \text{ mm}^2$ costante in tutte le simulazioni. Dallo schema delle armature (Fig. 2), descritto in precedenza nel par. 2, si deduce come l'armatura ibrida proposta sia costituita dalla combinazione di barre d'armatura disposte sia in direzione diagonale che longitudinale, le cui aree totali sono state rispettivamente denominate $A_{s,bd}$ e $A_{s,bl}$. L'area totale dell'armatura inferiore $A_{s,b} = A_{s,bd} + A_{s,bl}$, considerata anch'essa costante, è stata assunta pari a 1900 mm^2 . Come indicato in Table 2, nelle quattro tipologie d'analisi svolte è stato modificato il rapporto tra l'armatura longitudinale e quella diagonale, mantenendo costante il valore di $A_{s,b}$. Più nel dettaglio, l'Analisi 1 considera la disposizione più frequentemente adottata nella realizzazione delle piastre in FRC, che consiste nel disporre armature esclusivamente lungo le linee congiungenti i pilastri; al contrario, nelle analisi 2, 3 e 4, l'armatura longitudinale è stata progressivamente ridotta mentre l'armatura diagonale è stata incrementata fino al 60% di $A_{s,b}$. Le diverse combinazioni d'armatura sono volte ad individuare una possibile ottimizzazione dell'armatura tradizionale adottata.

I contour delle deformazioni principali di trazione (Fig. 7) consentono di individuare le fessure rilevate in corrispondenza del carico massimo.

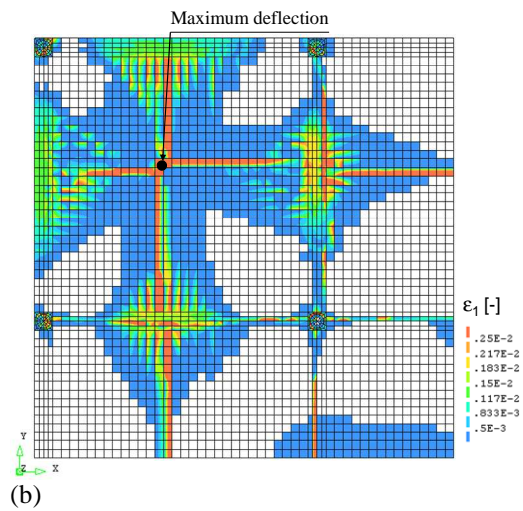
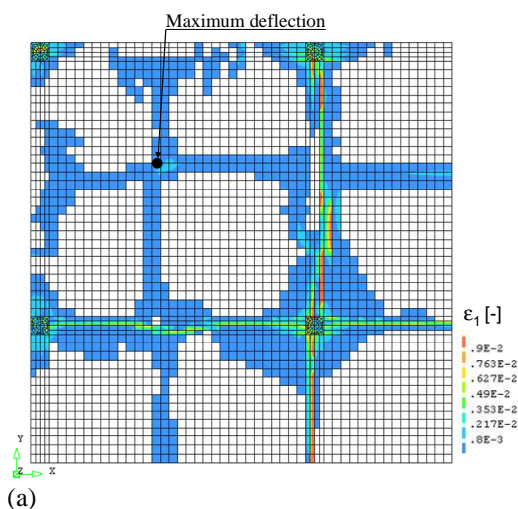


Figure 7. Typical contour of the principal tensile strain at the maximum load obtained from a nonlinear analysis of the elevated slab: top view (a); bottom view (b). / Contour delle deformazioni principali di trazione individuati in corrispondenza del carico massimo sulla superficie superiore (a) ed inferiore (b) della piastra.

Da essi si evince che, ad esclusione delle zone bianche, nelle quali non si rileva la presenza delle fessure, le aree colorate di rosso e di giallo rappresentano le fessure con apertura maggiore mentre, al contrario, le aree colorate di blu rappresentano le fessure con apertura minore. Dall'analisi dei contour si rileva come le fessure con apertura maggiore siano prevalentemente concentrate all'estradosso, in corrispondenza dei pilastri, e all'intradosso in prossimità delle linee di mezzeria dei campi di bordo della piastra.

Si sottolinea inoltre che l'abbassamento massimo della piastra è stato individuato in prossimità del punto centrale del campo d'angolo. L'andamento del sovraccarico (Q) in funzione dell'abbassamento massimo è rappresentato dalle curve riportate in Figure 8.

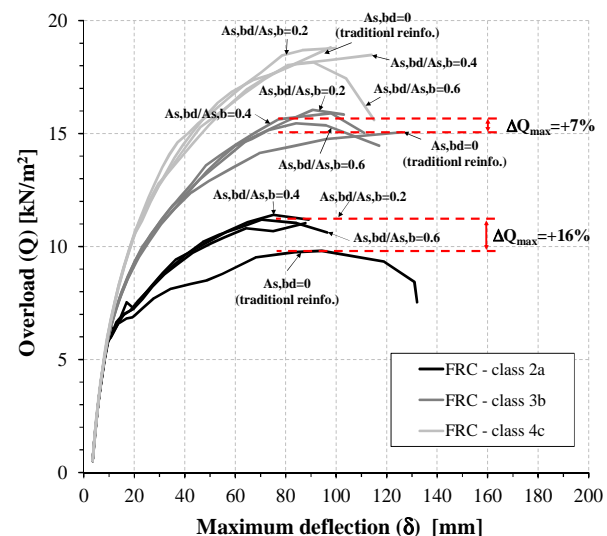


Figure 8. Overload – maximum deflection response of the elevated slab: different HRC typologies comparison. / Andamento

del sovraccarico in funzione dell'abbassamento massimo della piastra: confronto fra le diverse tipologie di HRC proposte.

Come si può osservare, tutte le piastre presentano il medesimo comportamento iniziale, caratterizzato da un andamento lineare della curva carico-spostamento. Una volta raggiunto un valore del sovraccarico pari a circa 4 kN/m^2 , le piastre hanno manifestato la formazione delle prime fessure in corrispondenza dei pilastri e, in particolare, del pilastro centrale. Il carico di prima fessurazione è risultato identico nei tra casi analizzati in quanto, indipendentemente dalla classe dell'FRC, la resistenza a trazione del calcestruzzo è stata considerata pari a $f_{ctk}=2 \text{ MPa}$. In seguito alla prima fessurazione, il sovraccarico applicato continua ad aumentare fino al raggiungimento della capacità massima che risulta essere tanto maggiore quanto più elevata è la tenacità a trazione dell'FRC. Infatti, mentre le piastre costituite dall'FRC di classe "2a" hanno raggiunto una capacità massima variabile da circa 10 a $11,5 \text{ kN/m}^2$, le piastre realizzate con FRC "3b" e "4c" hanno manifestato una resistenza massima pari rispettivamente a circa 15,5 e $18,5 \text{ kN/m}^2$. Le curve mostrano inoltre come l'impiego dell'armatura diagonale risulti essere rilevante solo nel caso in cui l'FRC sia contraddistinto da valori modesti delle resistenze residue e, conseguentemente, della tenacità a trazione. Si nota infatti come nel caso in cui si sia utilizzato l'FRC "2a", l'incremento della capacità massima delle piastre dotate d'armatura diagonale rispetto alla piastra senza armature diagonali, sia risultato mediamente pari al 16%; al contrario, nel caso delle piastre costituite da FRC "3b" e "4c", tale incremento è sceso a valori sostanzialmente trascurabili. Infine, si è osservato come l'utilizzo di diverse combinazioni d'armatura diagonale non abbia sostanzialmente apportato modifiche alla capacità massima della struttura, indipendentemente dalla tipologia di FRC adottata.

5 PROGETTAZIONE DELLE PIASTRE SU PILASTRI REALIZZATE IN HRC

Nel presente paragrafo è proposta una procedura per la progettazione di piastre appoggiate su pilastri realizzate con armatura ibrida (HRC). Il metodo proposto ha l'obiettivo di fornire al progettista un approccio semplice per pre-dimensionare la struttura definendone lo spessore e le principali caratteristiche dell'armatura in essa impiegata. La verifica della piastra richiede lo svolgimento di un'analisi non-lineare che consenta di considerare le proprietà meccaniche a trazione dell'FRC. A titolo esemplificativo nel seguito si considererà una piastra avente le medesime caratteristiche di quella descritta nel par. 2.

Il primo passo della procedura proposta consiste nello stabilire lo spessore della piastra e, successi-

vamente, nel definire l'area minima da assegnare all'armatura tradizionale. Lo spessore può essere scelto sulla base di un criterio volto a controllare le deformazioni massime della struttura nelle condizioni d'esercizio. In generale, nel caso delle piastre sottili poggianti su pilastri, tale obiettivo può essere raggiunto imponendo un rapporto luce-spessore $25 < L/h < 32$ (ACI 544.6R-15, 2015), dove L è la distanza tra i pilastri mentre h è lo spessore della piastra. Nel caso in oggetto la piastra considerata presenta una luce di 6 m e, quindi, il precedente limite può essere soddisfatto assumendo uno spessore $h=200 \text{ mm}$, corrispondente ad un rapporto $L/h=30$.

Il pre-dimensionamento dell'area d'armatura tradizionale richiede necessariamente la conoscenza delle sollecitazioni agenti nella piastra. Queste ultime possono essere determinate analiticamente utilizzando la teoria dell'elasticità applicata alle piastre sottili isotrope. Mediante le tabelle riportate dal (Bareš, 1969), è possibile determinare i momenti sollecitanti agenti in alcuni punti della piastra; ad esempio, nel caso di una piastra appoggiata su quattro pilastri, il momento minimo in corrispondenza degli stessi risulta essere pari a $m_{\min}^- = 0,14qL^2$, dove q rappresenta un carico uniformemente distribuito applicato all'intera superficie della piastra. Il valore del momento flettente fornito dal Bareš non include il valore del momento torcente che, in questa sede, è stato assunto pari al 30% di m_{\min}^- . Di conseguenza, il momento di progetto minimo risulta essere pari a:

$$m_{sd,\min}^- = 1,3 \cdot (0,14 \cdot E_d \cdot L^2) = 91 \text{ kNm/m} \quad (1)$$

dove $L=6 \text{ m}$ mentre E_d è il carico di progetto applicato alla piastra, calcolato in accordo con quanto indicato dall'Eurocodice 1 (EN 1991-1-1):

$$E_d = \gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_Q \cdot Q_k = 13,9 \text{ kN/m}^2 \quad (2)$$

dove i coefficienti $\gamma_Q=1,5$, $\gamma_{G1}=1,35$ e $\gamma_{G2}=1,5$ sono coefficienti di sicurezza parziali per le azioni variabili e permanenti. Il carico permanente G_1 , corrispondente al peso proprio della piastra, è assunto pari a $4,8 \text{ kN/m}^2$, mentre il carico permanente non strutturale (G_2) e il carico variabile (Q) sono stati assunti rispettivamente pari a $3,0 \text{ kN/m}^2$ e $2,0 \text{ kN/m}^2$. Si noti che, diversamente da quanto richiesto dall'Eurocodice 1 (EN 1991-1-1), il coefficiente amplificativo γ_{G2} è stato assunto cautelativamente pari a 1,5 anziché 1,35.

L'area dell'armatura di rinforzo da disporre nella parte superiore della piastra può essere facilmente calcolata attraverso l'equilibrio della generica sezione in FRC schematizzata in Figure 9, assumendo che il momento resistente di progetto della sezione sia pari al momento sollecitante $m_{sd,\min}^-$.

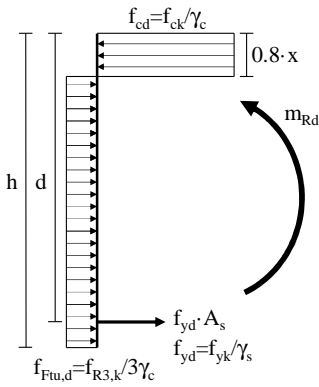


Figure 9. Evaluation of ultimate resistant bending moment of a FRC section according MC2010. / Calcolo del momento resistente ultimo della sezione in FRC in accordo con il MC2010.

Come suggerito dal MC2010, la resistenza a trazione dell’FRC può essere schematizzata, in via semplificata, adottando una distribuzione costante di sforzi (legame costitutivo rigido plastico) nella zona tesa della sezione. La resistenza a trazione di progetto considerata è stata calcolata come $f_{Ftu,d} = f_{R3,k} / (3\gamma_c)$.

Anche per quanto concerne il comportamento a compressione del calcestruzzo, si è ipotizzata una distribuzione costante di sforzi (“stress-block”) nella quale la resistenza a compressione di progetto è considerata pari a $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = 20$ MPa.

Dall’equilibrio della sezione si ottiene il seguente valore dell’area resistente minima dell’armatura:

$$A_{st,min} = \frac{m_{sd}^- - \frac{1}{2} h b_{eff} (h - 0.8x) \frac{f_{Ftu,k}}{\gamma_c}}{(d - 0.4x) \frac{f_{yk}}{\gamma_s}} \cong 1400 \text{ mm}^2 \quad (3)$$

Dove $x = 39$ mm, $h = 200$ mm, $d = 170$ mm è l’altezza utile calcolata assumendo un copriferro di 30 mm, $\gamma_c = 1.5$ e $\gamma_s = 1.15$, $f_{yk} = 520$ MPa è la resistenza allo snervamento caratteristica dell’armatura tradizionale mentre $b_{eff} = 1100$ mm è la larghezza efficace della sezione. Quest’ultima è stata determinata in accordo con quanto indicato dall’Eurocodice 3 (EN 1993-1-5 – par. 3) come $b_{eff} = l_p + 0.25 \cdot L$ (l_p = larghezza pilastro). L’approccio proposto, basato sul cosiddetto effetto “shear lag”, ha fornito una stima ragionevole della larghezza efficace. Nel calcolo dell’armatura si è ipotizzata una resistenza residua $f_{R3,k} = 1.2$ MPa, corrispondente all’impiego dell’FRC di classe “2a” (Tab. 1).

Per verificare il comportamento della piastra, si è svolta un’analisi non-lineare agli elementi finiti attraverso il medesimo modello numerico descritto nel par. 3. Il legame costitutivo scelto per descrivere il comportamento a trazione dell’FRC di classe “2a” è rappresentato dalla legge bi-lineare riportata in Figure 5 mentre la disposizione delle armature coincide con quella precedentemente schematizzata in Figure 2, assumendo che l’armatura disposta nella parte su-

periore della piastra sia pari a 1,25 volte quella posizionata all’intradosso. Quindi, l’area totale dell’armatura inferiore è pari a $A_{s,b} = A_{s,bl} + A_{s,bd} = 1200 \text{ mm}^2$.

Dopo aver svolto un’analisi preliminare, l’armatura disposta all’estradosso è stata incrementata fino a 1500 mm^2 in modo da garantire un margine di sicurezza globale più elevato per la struttura.

In modo analogo alla procedura adottata nello studio parametrico discusso nel par. 4, le simulazioni svolte hanno considerato diverse combinazioni d’armatura diagonale e longitudinale ($A_{s,bd} / A_{s,b} = 0, 0.2, 0.4, 0.6$). Diversamente dall’approccio di tipo sezionale utilizzato in fase pre-dimensionamento, l’analisi non-lineare della piastra consente una verifica globale in grado includere implicitamente i possibili meccanismi di collasso. Detta R_d la massima resistenza di progetto della struttura, il fattore di sicurezza globale può essere definito come il rapporto R_d / E_d . La sicurezza strutturale risulta essere garantita solo qualora tale rapporto risulti essere maggiore o uguale a 1. L’andamento del fattore R_d / E_d in funzione dell’abbassamento massimo della piastra, individuato al variare del rapporto tra armatura superiore ed inferiore, è riportato in Figure 10.

Il primo ramo delle quattro curve presenta un andamento sostanzialmente lineare fino al raggiungimento di un fattore $R_d / E_d = 0.48$, in corrispondenza del quale si è riscontrata la localizzazione delle prime fessure significative all’estradosso della piastra, al di sopra del pilastro centrale. La lieve non-linearità del primo ramo è legata alla progressiva formazione delle fessure all’estradosso e delle prime fessure all’intradosso, nelle sezioni di mezzzeria poste lungo il bordo del campo d’angolo della piastra. La perdita di rigidezza che si verifica una volta raggiunto un abbassamento massimo pari a circa 10 mm ($R_d / E_d = 0.7$), è causata dalla localizzazione delle fessure all’intradosso della piastra. Come ci si aspettava, le piastre dotate di armature poste lungo le diagonali hanno raggiunto una resistenza massima di poco superiore rispetto a quella osservata nel caso della piastra senza armature diagonali. Dalle simulazioni emerge inoltre che l’unica piastra in grado di soddisfare il requisito di sicurezza minimo ($R_d / E_d \geq 1$) è la caratterizzata dal rapporto $A_{s,bd} / A_{s,b} = 0.4$.

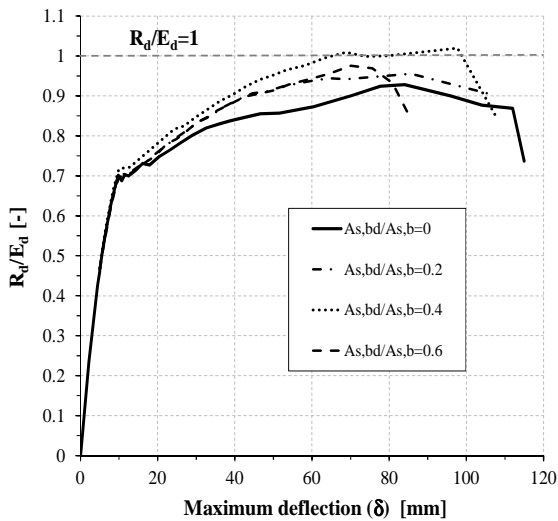


Figure 10. Global safety factor vs. maximum deflection resulting from nonlinear analyses. / Andamento del coefficiente di sicurezza globale in funzione dell'abbassamento massimo individuate attraverso analisi numeriche non-lineari.

6 PROGETTAZIONE DELLE PIASTRE SU PILASTRI REALIZZATE IN HRC

Secondo quanto indicato dal MC2010 (si veda par. 7.7.2 della normativa) le strutture in FRC devono soddisfare almeno una delle seguenti condizioni:

$$\delta_u \geq 20 \cdot \delta_{SLS} \quad (4)$$

$$\delta_{peak} \geq 5 \cdot \delta_{SLS} \quad (5)$$

dove δ_u è lo spostamento ultimo corrispondente alla capacità ultima P_u , δ_{peak} è lo spostamento valutato in corrispondenza del carico massimo P_{max} e δ_{SLS} è lo spostamento relativo al carico d'esercizio, valutato attraverso un'analisi elastica lineare della struttura. In aggiunta alla precedente prescrizione, le seguenti condizioni relative al carico ultimo e al carico di prima fessurazione P_{cr} devono essere contemporaneamente soddisfatte:

$$P_u \geq P_{SLS} \quad (6)$$

$$P_u \geq P_{cr} \quad (7)$$

La curva che rappresenta il comportamento globale della struttura può essere individuata mediante una prova sperimentale oppure attraverso un'analisi numerica non-lineare.

Le verifiche relative alle piastre simulate nel par. 5 sono riportate in Table 3. I parametri necessari per le verifiche (vedi Eqs 4, 5, 6, 7) sono stati dedotti dalle curve riportate in Figure 10.

Per ragioni di chiarezza, invece dei carichi P_u , P_{SLS} e P_{cr} , sono stati riportati i corrispondenti rapporti $(R_d/E_d)_u$, $(R_d/E_d)_{SLS}$ e $(R_d/E_d)_{cr}$ sono stati utilizzati. Come si può osservare tutte le piastre soddisfano almeno una delle condizioni richieste dalle Equazioni 4 e 5. Inoltre, il fattore $(R_d/E_d)_u$ risulta essere su-

periore sia rispetto a $(R_d/E_d)_{cr}$ che a $(R_d/E_d)_{SLS}$. È importante osservare che, considerando l'assenza di indicazioni da parte del MC2010, lo spostamento ultimo è stato considerato pari allo spostamento massimo raggiunto dalle piastre al termine delle simulazioni.

Table 3. Verification of the MC2010 design provisions for FRC structures. / Verifica delle prescrizioni previste dal MC2010 per le strutture in FRC.

$A_{s,bd}/A_{s,b}$	$(R_d/E_d)_u$	$(R_d/E_d)_{cr}$	$(R_d/E_d)_{SLS}$	$\delta_{peak}/\delta_{SLS}$	δ_u/δ_{SLS}
0,0	0,9	0,2	0,6	16	21
0,2	0,9	0,2	0,6	16	19
0,3	0,8	0,2	0,6	18	20
0,4	0,9	0,2	0,6	13	16

7 CONCLUSIONI

Lo studio riportato nel presente articolo riguarda la progettazione e la verifica della combinazione d'armatura ottimale (fibre+armatura tradizionale), comunemente definita Hybrid Reinforced Concrete (HRC), per piastre sottili appoggiate su pilastri e soggette all'azione di carichi uniformemente distribuiti. Nello studio si sono considerate tre diverse tipologie di calcestruzzo fibrorinforzato (FRC), appartenenti ad altrettante classi (2a, 3b, 4c) definite in accordo con le indicazioni del *fib* Model Code 2010. Inoltre, sono state messe a confronto diverse possibili disposizioni d'armatura tradizionale, caratterizzate da barre d'armatura disposte all'intradosso della piastra, sia lungo le linee longitudinali congiungenti i pilastri che lungo le diagonali. I risultati delle analisi hanno dimostrato come l'impiego di armature diagonali risulti essere realmente efficace solo qualora il calcestruzzo FRC sia caratterizzato da modesti valori della tenacità a trazione, come ad esempio nel caso del calcestruzzo di classe "2a". In generale, si è osservato come l'incremento della classe del calcestruzzo posti ad un aumento della capacità della piastra, indipendentemente dalla combinazione d'armatura longitudinale e diagonale impiegata. Infine, la procedura qui proposta per il pre-dimensionamento della piastra in HRC, si è dimostrata efficace nel fornire una ragionevole stima preliminare dell'area d'armatura tradizionale da adottare. Nuovi studi verranno condotti allo scopo di migliorare la procedura proposta sulla base di risultati ottenuti sia da simulazioni numeriche che da prove sperimentali condotte su strutture in scala reale.

REFERENCES

ACI 544.6R-15, 2015. Report on Design and Construction of Steel Fiber-Reinforced Concrete Elevated Slabs.

- Bareš, R. 1969. *Tables for the Analysis of Plates, Slabs and Diaphragms Based on the Elastic Theory* (German-English edition), Bauverlag GmbH, Wiesbaden.
- Barros, J. A. O., Salehian, H., Pires, N. M. M. A., & Gonçalves, D. M. F. 2012. Design and Testing Elevated Steel Fiber Reinforced Self-Compacting Concrete Slabs. *BEFIB2012-Fiber Reinforced Concrete*, 2012, 12 pp.
- Chiaia, B., Fantilli, A., Vallini, P. 2009. Combining fiber-reinforced concrete with traditional reinforcement in tunnel linings. *Eng Struct* 2009;31(7):1600–6.
- DAfStb COMMITTEE FOR STRUCTURAL CONCRETE 2012. DAfStb guideline on steel fiber reinforced concrete.
- Destrée, X. 2000. Structural Application of Steel Fiber as Principal Reinforcing: Conditions—Design Examples. *RILEM PRO15, Fiber-Reinforced Concretes (FRC)* BEFIB, 2000, pp. 291-301.
- Diana 9.6. 2014. User's manual. TNO DIANA BV, Delft, The Netherlands.
- EN 1991-1-1: Eurocode 1. Actions on structures. Part 1-1: General actions - Densities, self-weight, imposed loads for buildings, 2004.
- EN 1992-1-1: Eurocode 2, 2005. Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings.
- EN 1993-1-5: Eurocode 3. Design of steel structures - Part 1-5: General rules - Supplementary rules for planar plated structures without transverse loading.
- Facconi, L., Minelli, F., Plizzari, G. 2016. Steel fiber reinforced self-compacting concrete thin slabs – Experimental study and verification against Model Code 2010 provisions. *Engineering Structures*, Volume 122, 1 September, 2016, pp. 226-237.
- fib BULLETIN 66, 2010. Model code 2010 – final draft, vol. 1; 2012. 350 pages. ISBN: 978-2-88394-105-2.
- fib BULLETIN 66, 2010. Bulletin 66, 2010. Model code 2010 – final draft, vol. 2; 2012. 370 pages. ISBN: 978-2-88394-106-9.
- Mobasher, B., Yao, Y., Soranakon, C. 2015. Analytical solutions for flexural design of hybrid steel fiber reinforced concrete beams. *Engineering Structures*, Volume 100, 1 October 2015, pp. 164-177, ISSN 0141-0296.
- NTC 2016 – Norme Tecniche per le Costruzioni 2016 (Bozza preliminare).
- Sorelli, L., Meda, A., Plizzari, G.A. 2006. Steel fibre concrete slabs on grade: a structural matter. *ACI Struct J* 2006;103(4)
- Tiberti, G., Minelli, F., Plizzari, G. 2014. Reinforcement optimization of fiber reinforced concrete linings for conventional tunnels. *Composites Part B: Engineering*, ISSN: 1359-8368, V. 58, 2014, pp. 199-207.